مادة الرياضيات 2AC

تقديـم الأعـداد الـجـذريـة

أهم فقرات الدرس

I _ العدد الجذري :

1) – تعريف :

العدد الجذري هو خارج عدد صحيح نسبي a على عدد صحيح نسبي غير منعدم b و يكتب : $\frac{a}{b}$

2) – أمثلة :

الأعداد الآتية هي أعداد جذرية : $\frac{-2}{3}$ و $\frac{-5}{-4}$ و $\frac{23}{-7}$ و $\frac{11}{2}$.

* ملاحظات هامة :

أ) -- نعتبر العدد الجذري $\frac{a}{b}$.

a يسمى البسط و b يسمى لمقام .

ب) -- يمكن كتابة العدد الجذري على شكـل : $\frac{-2,5}{3}$;; $\frac{1}{-0,5}$;; $\frac{-3,7}{-2,4}$.

3) – إشارة عدد جذري :

1 – يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ موجبا إذا كان للعددين a و b نفس الإشارة .

2 – يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ سالبا إذا كان للعددين a و b إشارتين مختلفتين.

* أمثلة :

$\frac{17}{11}$ و $\frac{-13}{-5}$ عددان جذريان موجبان .

$\frac{-11}{5}$ و $\frac{3}{-16}$ عددان جذريان سالبان .

* ملاحظة هامة : $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$

4) – العدد الجذري و المعادلات :

العدد الجذري $\frac{a}{b}$ هو حل المعادلة $bx = a$ بحيث :

a عدد عشري نسبي و b عدد عشري نسبي غير منعدم.

* أمثلة :

** حـل المعادلة $-2x = 5$ هو العدد الجذري $\frac{5}{-2}$.

** حـل المعادلة $3x = -1$ هو العد الجذري $\frac{-1}{3}$.

** حـل المعادلة $-4x = -3$ هو العدد الجذري $\frac{-3}{4}$

II _ تساوي عددين جذريين :

1) – قاعـدة :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$ عددان جذريان .

$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ يعني أن : $a \times y = b \times x$

2) – مثال1 :

* لنقارن العددين الجذريين $\frac{2}{-5}$ و $\frac{-4}{10}$.

لدينا :

$$\left.\begin{array}{l} -4 \times (-5) = 20 \\ 10 \times 2 = 20 \end{array}\right\}$$ يعني أن $-4 \times (-5) = 10 \times 2$

و منه فإن : $\frac{-4}{10} = \frac{2}{-5}$

3) – مثال 2 :

* لنقارن العددين الجذريين $\frac{3}{6}$ و $\frac{8}{12}$.

لدينا :

$$\left.\begin{array}{l} 8 \times 6 = 48 \\ 12 \times 3 = 36 \end{array}\right\}$$ يعني أن $8 \times 6 \neq 12 \times 3$

و منه فإن : $\frac{3}{6} \neq \frac{8}{12}$

مادة الرياضيات 2AC

مجمـوع و فـرق عددين جـذريين

أهم فقرات الدرس

I _ مجموع و فرق عددين جذريين :

1) – قاعدة 1 :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{b}$ عددان جذريان .

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

* أمثلة :

$$\frac{2}{5}+\frac{-11}{5}=\frac{2-11}{5}=\frac{-9}{5}$$

$$\frac{3}{-7}+\frac{5}{7}=\frac{-3}{7}+\frac{5}{7}=\frac{-3+5}{7}=\frac{2}{7}$$

$$\frac{-3}{7}-\frac{-5}{-7}=\frac{-3}{7}-\frac{5}{7}=\frac{-3-5}{7}=\frac{-8}{7}$$

$$\frac{6}{11}-\frac{-5}{11}=\frac{6-(-5)}{11}=\frac{6+5}{11}=\frac{11}{11}=1$$

2) – قاعدة 2 :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جذريان .

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$$

* أمثلة :

$$\frac{3}{5}+\frac{-4}{3}=\frac{3\times3}{5\times3}+\frac{-4\times5}{5\times3}=\frac{9}{15}+\frac{-20}{15}=\frac{-11}{15}$$

$$\frac{-7}{8}-\frac{5}{12}=\frac{-21}{24}-\frac{10}{24}=\frac{-21-10}{24}=\frac{-31}{24}$$

$$\frac{6}{-7}+\frac{11}{14}=\frac{-12}{14}+\frac{11}{14}=\frac{-12+11}{14}=\frac{-1}{14}$$

www.anissmaths.ift.cx_موقع الرياضيات بالثانوي الإعدادي للأستاذ المهدي عنيس / أستاذ بالثانوية الإعدادية ابن رشيق – نيابة المحمدية_
العنوان : 143 حي رياض السلام - الطابق 2 - المحمدية / الهاتف النقال : 85 37 15 063 / العنوان الإلكتروني : aniss_elmehdi@hotmail.com

3) – العددان الجذريان المتقابلان :

* تعريف :

نقول أن العدد الجذري $\frac{a}{b}$ هو مقابل العدد الجذري $\frac{x}{y}$

إذا كان : $\frac{a}{b}+\frac{x}{y}=0$.

* أمثلة :

-- مقابل العدد $\frac{-5}{2}$ هو العدد $\frac{5}{2}$

-- مقابل العدد $\frac{-5}{-11}$ هو العدد $-\frac{5}{11}$

-- مقابل العدد $\frac{9}{-13}$ هو العدد $\frac{9}{13}$

-- مقابل العدد $\frac{22}{17}$ هو العدد $-\frac{22}{17}$

4) – قاعدة ترتيب حدي مجموع :

* مثال :

لدينا :

$$\begin{cases} \frac{2}{5}+\frac{-1}{7}=\frac{14}{35}+\frac{-5}{35}=\frac{14+(-5)}{35}=\frac{9}{35} \\ \frac{-1}{7}+\frac{2}{5}=\frac{-5}{35}+\frac{14}{35}=\frac{-5+14}{35}=\frac{9}{35} \end{cases}$$

نلا حظ أن : $\frac{2}{5}+\frac{-1}{7}=\frac{-1}{7}+\frac{2}{5}$

* قاعدة :

لا يتغير مجمـــــوع عددين جذريين إذا غيرنا ترتيبحديه

* :

بتعبير آخر :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$ عددان جذريان .

$$\frac{a}{b}+\frac{x}{y}=\frac{x}{y}+\frac{a}{b}$$

II _ مجموع ثلاث أعداد جذرية :

1) – قاعدة :

a و b و c أعداد جذرية.

$$a+b+c=a+(b+c)$$
$$=(a+b)+c$$
$$=(a+c)+b$$

1) – أمثلة :

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{4}{5}=\left(\frac{2}{5}+\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{3}$$
$$=\frac{6}{5}+\frac{1}{3}$$
$$=\frac{18}{15}+\frac{5}{15}$$
$$=\frac{23}{15}$$

$$-\frac{5}{3}+\frac{7}{3}-\frac{1}{9}=\left(-\frac{5}{3}+\frac{7}{3}\right)-\frac{1}{9}$$
$$=\frac{-5+7}{3}-\frac{1}{9}$$
$$=\frac{2}{3}-\frac{1}{9}$$
$$=\frac{6-1}{9}$$
$$=\frac{5}{9}$$

$$\frac{8}{3}-\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{8}{3}-\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{10}\right)$$
$$=\frac{8}{3}-\frac{2}{10}$$
$$=\frac{8}{3}-\frac{1}{5}$$
$$=\frac{40-3}{15}$$
$$=\frac{37}{15}$$

مادة الرياضيات 2AC

جـداء و خـارج عددين جـذريين

أهم فقرات الدرس

I _ جداء عددين جذريين :

1) – قاعدة :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جذريان. $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

2) – قاعدة الإشارات :

نعتبر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين جذريين.

-- يكون $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}>0$ إذا كان للعددين الجذريين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ نفس الإشارة

-- يكون $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}<0$ إذا كان للعددين الجذريين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ إشارتين مختلفتين

* أمثلة :

$$\frac{-3}{-16}\times\frac{-10}{18}=\frac{-1}{-8}\times\frac{-5}{6}=\frac{5}{-48}$$

$$\frac{2}{5}\times\frac{-1}{7}=\frac{2\times(-1)}{5\times 7}=\frac{-2}{35}$$

$$\frac{12}{15}\times\frac{5}{-7}=\frac{12}{3}\times\frac{1}{-7}=\frac{4}{1}\times\frac{1}{-7}=\frac{4\times 1}{1\times(-7)}=\frac{4}{-7}$$

$$-3,2\times\frac{4}{-16}=\frac{-32}{10}\times\frac{4}{-16}=\frac{-2}{5}\times\frac{2}{-1}=\frac{-4}{-5}=\frac{4}{5}$$

3) – جداء عدد جذري و واحـد :

* قاعدة :

$\frac{a}{b}$ عدد جذري. $\frac{a}{b}\times 1=1\times\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$

www.anissmaths.ift.cx_موقع الرياضيات بالثانوي الإعدادي للأستاذ المهدي عنيس / أستاذ بالثانوية الإعدادية ابن رشيق – نيابة المحمدية_
العنوان : 143 حي رياض السلام - الطابق 2 - المحمدية / الهاتف النقال : 85 37 15 063 / العنوان الإلكتروني : aniss_elmehdi@hotmail.com

* أمثلة :

$$\frac{11}{8}\times 1=\frac{11}{8} \quad ;; \quad 1\times\frac{-7}{5}=\frac{-7}{5} \quad ;; \quad \frac{5}{-9}\times 1=\frac{5}{-9} \quad ;; \quad 1\times\left(-\frac{5}{7}\right)=-\frac{5}{7}$$

4) – جداء عدد جذري و صفر :

* قاعدة :

$\frac{a}{b}$ عدد جذري. $\qquad \frac{a}{b}\times 0=0\times\frac{a}{b}=0$

* أمثلة :

$$\frac{-8}{11}\times 0=0 \quad ;; \quad 0\times\left(-\frac{157}{661}\right)=0 \quad ;; \quad \frac{117}{58}\times 0=0$$

5) – خـاصية إضـافية :

a و b عددان عشريان نسبيان بحيث : $b\neq 0$. $\qquad a\times\frac{1}{b}=\frac{1}{b}\times a=\frac{a}{b}$

* مثال :

$$\frac{1}{7}\times(-11)=\frac{-11}{7} \quad ;; \quad 51\times\frac{1}{-8}=\frac{51}{-8}$$

II_ جـداء ثلاثة أعداد جذرية :

1) – قاعدة :

a و b و c أعداد جذرية .

$$\begin{aligned} a\times b\times c &= a\times(b\times c)\\ &=(a\times b)\times c\\ &=(a\times c)\times b \end{aligned}$$

2) – أمثلة :

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{5}\times\frac{-10}{2}\times\frac{1}{7}\\ &=\left(\frac{2}{5}\times\frac{-10}{2}\right)\times\frac{1}{7}\\ &=\left(\frac{1}{1}\times\frac{-2}{1}\right)\times\frac{1}{7}=\frac{-2}{1}\times\frac{1}{7}=\frac{-2}{7} \end{aligned}$$

$$B = 2,5\times\frac{3}{4}\times 10$$
$$=(2,5\times 10)\times\frac{3}{4}=\frac{25}{1}\times\frac{3}{4}=\frac{75}{4}$$

$$C=\frac{3}{2}\times 0,5\times\frac{1}{5}$$
$$=\frac{3}{2}\times\left(\frac{5}{10}\times\frac{1}{5}\right)$$
$$=\frac{3}{2}\times\left(\frac{1}{10}\times\frac{1}{1}\right)=\frac{3}{2}\times\frac{1}{10}=\frac{3}{20}$$

III_ خــارج عددين جذريين :

1) – مقلــوب عدد جذري غير منعدم :

* قاعدة :

a عدد جذري غير منعدم .

مقلــوب العدد a هو العدد $\frac{1}{a}$.

نرمز له بالرمز a^{-1} و نكتب : $a^{-1}=\frac{1}{a}$

* مثال :

مقلــوب العدد الجذري -5 هو : $(-5)^{-1}=\frac{1}{-5}$

مقلــوب العدد الجذري $\frac{-3}{7}$ هو : $\left(\frac{-3}{7}\right)^{-1}=\frac{1}{\frac{-3}{7}}=\frac{7}{-3}$

2) – خاصية :

$\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم . $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$

x عدد جذري غير منعدم . $x\times x^{-1}=1$

*مثال :

$$\frac{11}{-8}\times\frac{-8}{11}=1 \quad ;; \quad \frac{141}{200}\times\left(\frac{141}{200}\right)^{-1}=1$$

* تمرين تطبيقي :

x و y عددان جذريان غير منعدمين.

نضع : $A=x\left(x^{-1}+y\right)+y\left(x+y^{-1}\right)$

بين أن : $A=2+2xy$

الحـل :

لدينا :

$$A = x\left(x^{-1}+y\right)+y\left(x+y^{-1}\right)$$
$$= x\times x^{-1}+x\times y+y\times x+y\times y^{-1}$$
$$= 1+xy+xy+1$$
$$= 1+1+xy+xy$$
$$= 2+2xy$$

3) – خارج عددين جذريين :

* قاعدة :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$ عددان جذريان بحيث $x \neq 0$.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{x}{y}} = \frac{a}{b}\times\frac{y}{x} = \frac{ay}{bx}$$

* تمرين تطبيقي :

أحسب ما يلي مع الاختزال إذا كان ممكنا : $\frac{-5}{21}\div\frac{25}{7}$;; $\frac{\frac{-12}{23}}{\frac{-23}{12}}$;; $\frac{\frac{102}{15}}{-9}$

الحـل :

$$\frac{-5}{21}\div\frac{25}{7} = \frac{-5}{21}\times\frac{7}{25} = \frac{-1}{3}\times\frac{1}{5} = \frac{-1}{15}$$

$$\frac{\frac{-12}{23}}{\frac{-23}{12}} = \frac{-12}{23}\times\frac{12}{-23} = \frac{-144}{-529} = \frac{144}{529}$$

$$\frac{\frac{102}{15}}{-9} = \frac{102}{15}\times\frac{1}{-9} = \frac{34}{15}\times\frac{1}{-3} = \frac{34}{-45}$$

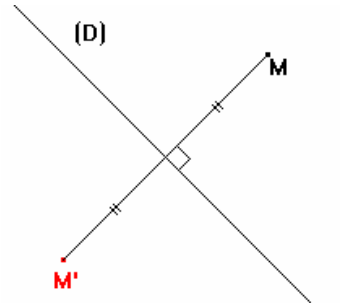
مادة الرياضيات 2AC

التمـــــاثـــل المحـــــــــوري

أهم فقرات الدرس

I _ مماثلة نقطة بالنسبة لمستقيم :

1) – مثال :



(D) مستقيم و M نقطة خارجه .
لننشئ M' بحيث يكون المستقيم (D) هو واسط القطعة [MM] .

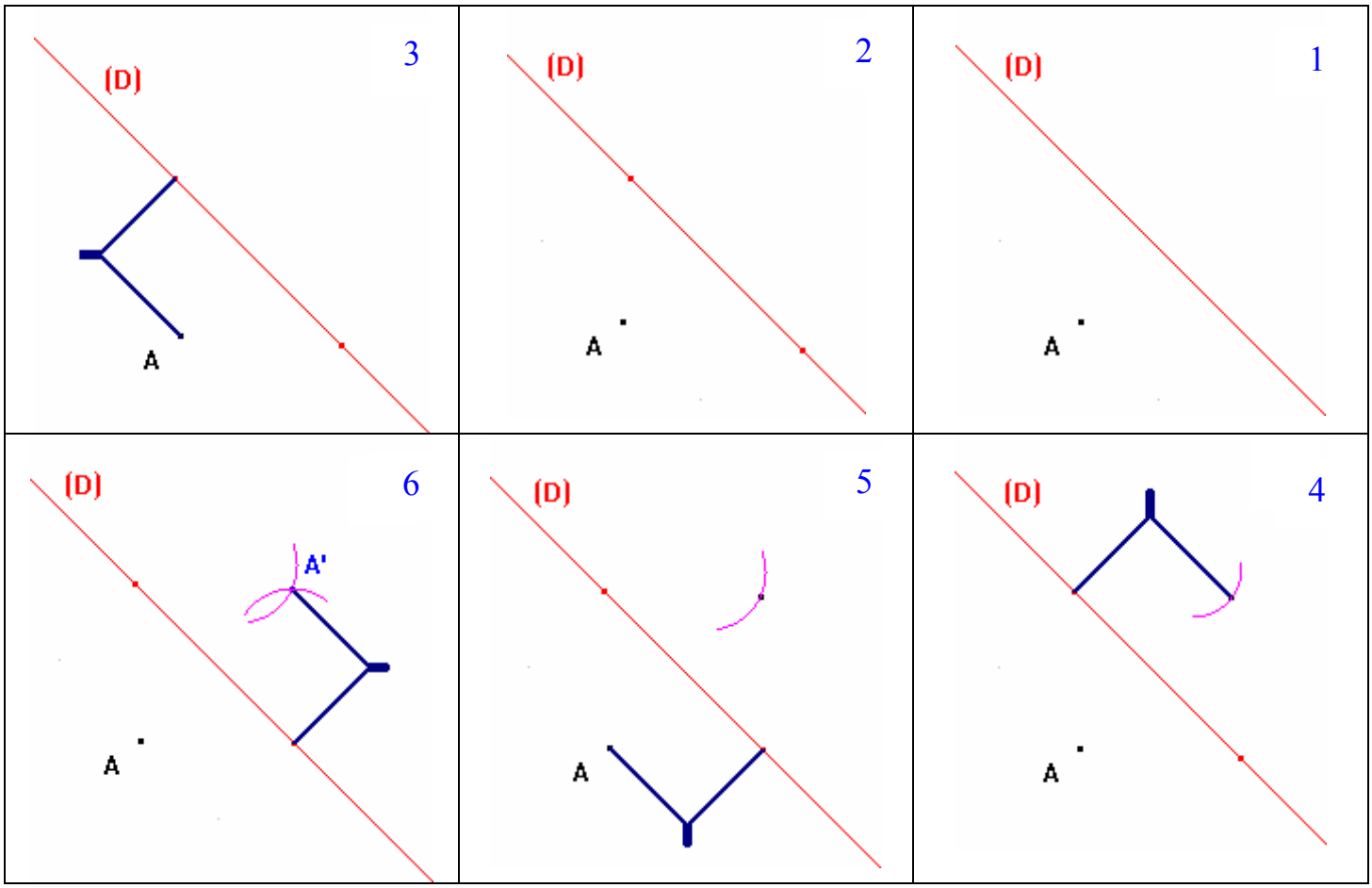
نسمي إذن النقطة M' مماثلة النقطة M بالنسبة للمستقيم (D) .

2) – قاعدة :

(D) مستقيم و M نقطة خارجه .
تكون النقطة M' مماثلة النقطة M بالنسبة للمستقيم (D) إذا كان (D) هو واسط القطعة [MM']

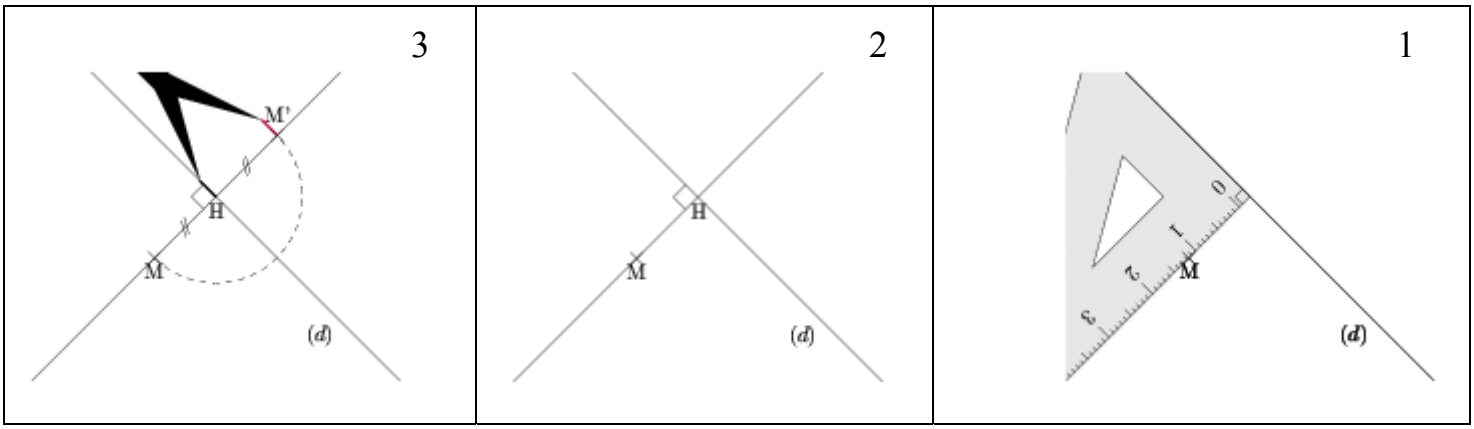
** تقنيات :

1) -- كيف ننشئ النقطة A' مماثلة نقطة A بالنسبة لمستقيم (Δ) باستعمال البركار. اتبع الصور من 1 إلى 6

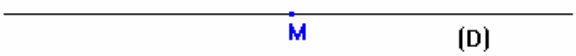


2) -- كيف ننشئ النقطة M' مماثلة نقطة M بالنسبة لمستقيم (d) باستعمال الكوس و البركار.

اتبع الصـور من 1 إلى 3



* حالة خاصة :



(D) مستقيم و M نقطة تنتمي إليه .
لننشئ M' مماثلة M بالنسبة للمستقيم (D) .

نلاحظ أن مماثلة النقطة M هي M نفسها

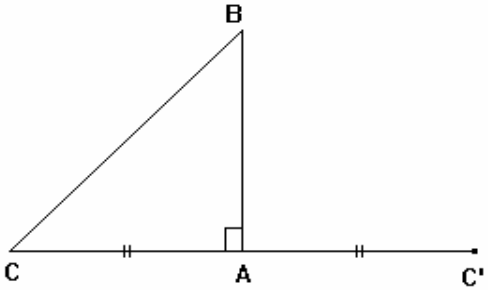
نقول إذن : مماثلة نقطة بالنسبة لمستقيم تنتمي إليه هى النقطة نفسها

* تمرين تطبيقي :

ABC مثلث قائم الزاوية في A .
C' مماثلة C بالنسبة للنقطة A .
أثبت أن C' هي مماثلة النقطة C بالنسبة للمستقيم (AB) .

الحـل :

1) – الشكـل :



2) – لنثبت أن C’ هي مماثلة C بالنسبة للمستقيم (AB) .

من أجل هذا سنبين أن المستقيم (AB) هو واسط القطعة [CC’] .

لدينا :

C’ هي مماثلة C بالنسبة للنقطة A .

إذن : A هي منتصف [CC’] .①

و نعلم أن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذن : (AB) عمودي على (AC)

أي (AB) عمودي على (CC’) .②

من ① و② نستنتج أن (AB) هو واسط القطعة [CC’] .

و بالتالي فإن C’ هي مماثلة C بالنسبة للمستقيم (AB)

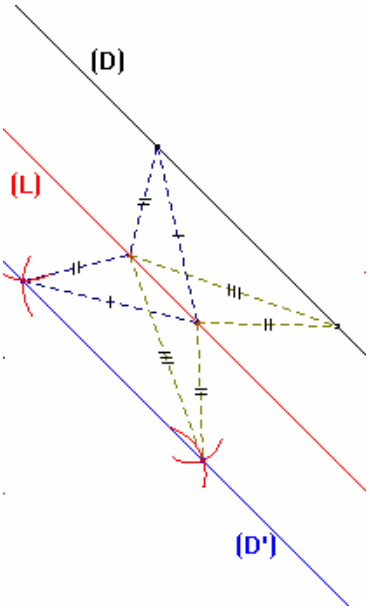
II _ مماثل مستقيم بالنسبة لمستقيم :

1) – مثال :

* الحـــالة الأولى :

(D) و (L) مستقيمان متوازيان قطعا .

لننشئ (D’) مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L) .



** تقنيات :

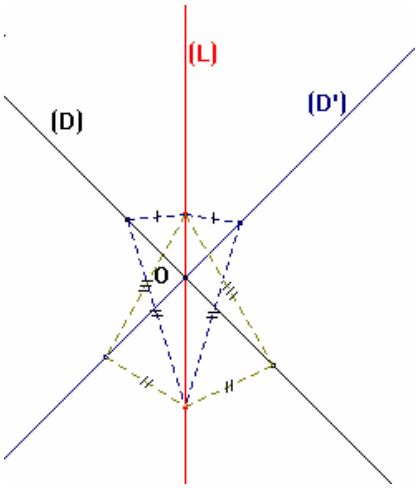
لإنشاء مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L)
نحدد نقطتين مختلفتين على المستقيم (D) ثم ننشئ مماثلتيهما
بالنسبة للمستقيم (L) ، و المستقيم المار من هاتين النقطتين (المماثلتين)
هو المستقيم (D’) مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L) .

نلاحظ أن : (D’) // (L) .

* الحـــالة الثانية :

(D) و (L) مستقيمان متقاطعان في نقطة O .

لننشئ (D’) مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L) .



** تقنيات : نتبع نفس التقنيات أعلاه .

نلاحظ أن (D’) يمر هو الآخر من O .

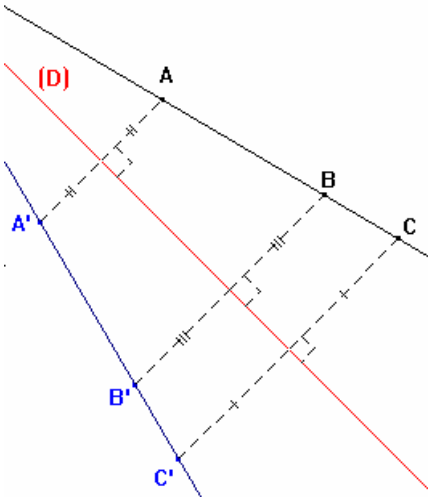
2) – خاصية :

(D) و (L) مستقيمان و (D') مماثل (D) بالنسبة للمستقيم (L) .
1 – إذا كان : (D) // (L) فإن (D') // (L) .
2 – إذا كان : (D) يقطع (L) في نقطة M فإن (D') يقطع كذلك (L) في نفس النقطة M .

III _ الحفاظ على استقامية النقط :

1) – مثال :

(D) مستقيم و A و B و C نقط مستقيمية لاتنتمي إلى المسقيم (D) .
لننشئ A' و B' و C' مماثلات A و B و C على التوالي بالنسبة للمستقيم (D) .



نلاحظ أن : A' و B' و C'
هي كذلك نقط مستقيمية .

2) – خاصية :

مماثلات نقط مستقيمية بالنسبة لمستقيم هي كذلك نقط مستقيمية

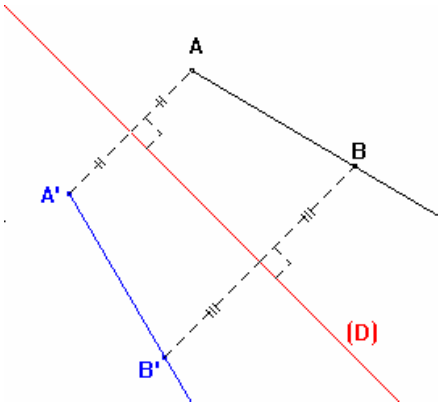
و نقـول :

التماثـل المحـــــوري يحافظ على استقامية النقـــــــــط

IV _ مماثـل نصف مستقيم بالنسبة لمستقيم :

1) – مثال :

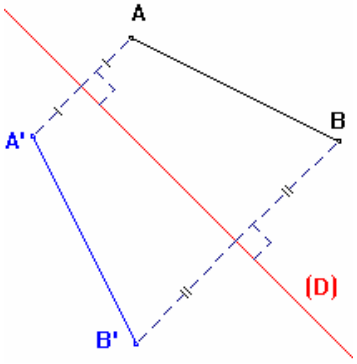
(D) مستقيم و[AB) نصف مستقيم بحيث : $A \notin (D)$ و $B \notin (D)$.
لننشئ نصف المستقيم [A'B') مماثل نصف المستقيم [AB) بالنسبة للمستقيم (D) .



2) – خاصية :

مماثل نصف مستقيم [AB) بالنسبة لمستقيم (D) هو نصف المستقيم [A'B') بحيث A' و B' هما مماثلتي A و B على التوالي بالنسبة للمستقيم (D).

V_ مماثلة قطعة بالنسبة لمستقيم :



1) – مثال :

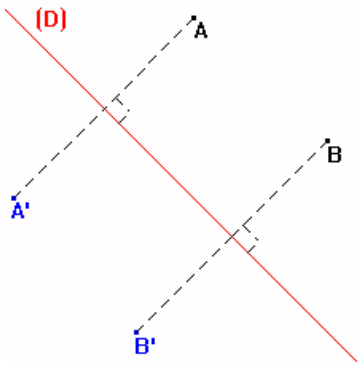
[AB] قطعة و (D) مستقيم .

لننشئ القطعة [A'B'] مماثلة [AB] بالنسبة للمستقيم (D) .

2) – خاصية :

(D) مستقيم و [AB] قطعة.
إذا كانت A' و B' هما على التوالي مماثلتي A و B بالنسبة للمستقيم (D)
فإن القطعة [A'B'] هي مماثلة القطعة [AB] بالنسبة للمستقيم (D) .

VI_ خاصية الحفاظ على المسافة :



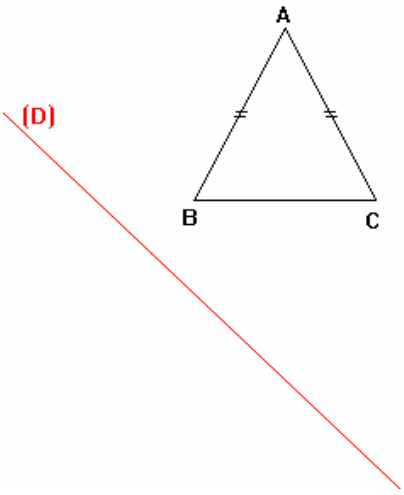
1) – مثال :

(D) مستقيم ، A و B نقطتان لا تنتميان إلى المستقيم (D) .
لننشئ A' و B' مماثلتي A و B على التوالي بالنسبة للمستقيم (D)
ثم لنقارن المسافتين AB و A'B' .

باستعمال البر كار نلاحظ أن : AB = A'B' .

2) – خاصية :

التماثل المحـوري يحافظ على المسافة بين نقطتين

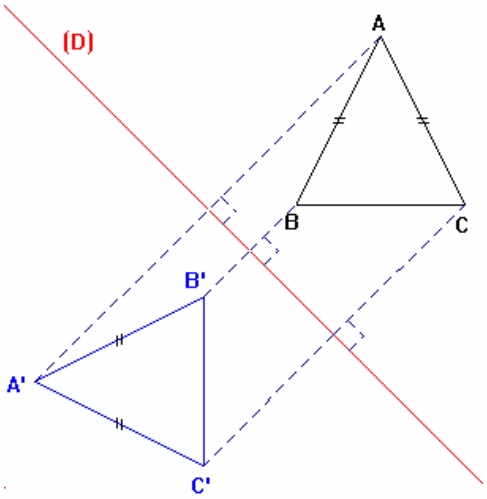


* تمرين تطبيقي :

لاحظ الشكـل جانبه بحيث :
ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A و (D) مستقيم .
1) – أنشئ A' و B' و C' مماثلات A و B و C على التوالي بالنسبة للمستقيم (D) .
2) – أثبت أن المثلث A'B'C' متساوي الساقين .

الحـل :

1) – الشكـل :



2) – لنثبت أن A'B'C' مثلث متساوي الساقين .

لدينا : A' مماثلة A بالنسبة للمستقيم (D) .
و B' مماثلة B بالنسبة للمستقيم (D) .
و C' مماثلة C بالنسبة للمستقيم (D) .

إذن حسب خاصية الحفاظ على المسافة سيكون لدينا :

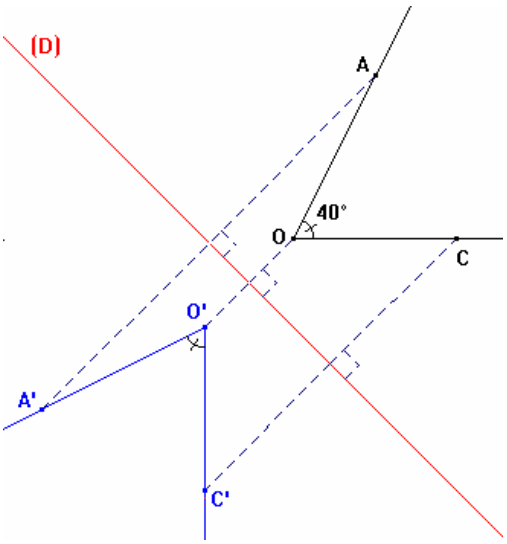
$AB = A'B'$
و
$AC = A'C'$

و بما أن : $AB = AC$ (لأن ABC مثلث متساوي الساقين في A) فإن : $A'B' = A'C'$

و منه فإن المثلث A'B'C' متساوي الساقين رأسه A' .

VII_ مماثلة زاوية بالنسبة لمستقيم :

1) – مثال :



(D) مستقيم و $A\hat{O}B$ زاوية قياسها 40° .
لننشئ A' و O' و B' مماثلات A و O و B
على التوالي بالنسبة للمستقيم (D) .

نلاحظ باستعمال المنقلة أن : $A\hat{O}B = 40°$

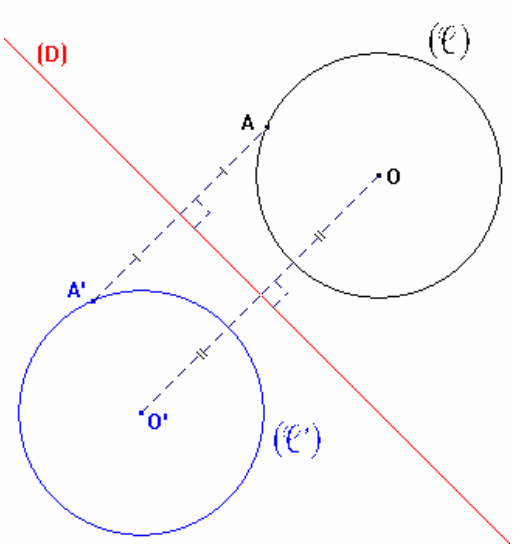
2) – خاصية :

مماثلة زاوية بالنسبة لمستقيم هي زاوية تقايسها

* بتعبير آخر :

(D) مستقيم و $A\hat{O}B$ زاوية .
إذا كانت A' و O' و B' هي مماثلات A و O و B على التوالي بالنسبة للمستقيم (D) فإن :
$A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$.

VIII_ مماثلة زاوية بالنسبة لمستقيم :



1) – مثال :

$(\mathcal{C})$ دائرة مركزها O و شعاعها r

و (D) مستقيم لا يقطع الدائرة $(\mathcal{C})$.

لتكن A نقطة من الدائرة $(\mathcal{C})$.

لننشئ O' و A' مماثلتي O و A على التوالي بالنسبة للمستقيم (D) .

نسمي الدائرة $(\mathcal{C}')$ مماثلة الدائرة بالنسبة للمستقيم (D)

* لنبين أن للدائرتين $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}')$ نفس الشعاع r .

لدينا : O' هي مماثلة O بالنسبة للمستقيم (D) .
و
A' هي مماثلة A بالنسبة للمستقيم (D) .

إذن : OA = O'A' (حسب خاصية الحفاظ على المسافة) .

و بما أن : $OA = r$ فإن : $O'A' = r$

2) – خاصية :

مماثلة دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها O و شعاعها r بالنسبة لمستقيم (D) هي الدائرة $(\mathcal{C}')$ مركزها O' مماثل O بالنسبة للمستقيم (D) و شعاعها r

* ملاحظة هامة :

لإنشاء مماثلة دائرة بالنسبة لمستقيم (D) ننشئ مماثل المركز بالنسبة للمستقيم (D) و نحتفظ بنفس الشعاع .

مادة الرياضيات 2AC

العمليـات الأربع على الأعداد الجذرية

أهم فقرات الدرس

I _ قاعدة النشر و التعميل :

1) – معنى النشر و التعميل :

-- النشـر هو كتابة جداء على شكـل مجموع أو فرق.
-- التعميل هو كتابة مجموع أو فرق على شكـل جداء.

2) – قاعدة النشر و التعميل :

a و b و k أعداد جذرية .

$$k(a+b)=ka+kb$$

$$k(a-b)=ka-kb$$

النشر النشر النشـر →

← التعميل التعميل التعميل

3) – أمثلة :

* / لننشر ونحسب :

$$A=-2,5\times(-3+11)$$
$$=-2,5\times(-3)+(-2,5)\times 11$$
$$=7,5+(-27,5)$$
$$=7,5-27,5$$
$$=-20$$

$$B=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}-\frac{5}{3}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}$$
$$=-\frac{2}{6}-\frac{5}{6}$$
$$=\frac{-2-5}{6}$$
$$=-\frac{7}{6}$$

$$C=\frac{4}{3}\times\left(7-\frac{-3}{4}\right)$$
$$=\frac{4}{3}\times 7-\frac{4}{3}\times\frac{-3}{4}$$
$$=\frac{28}{3}-\left(-\frac{12}{12}\right)$$
$$=\frac{28}{3}-(-1)$$
$$=\frac{28}{3}+\frac{3}{3}=\frac{31}{3}$$

* / لنعمل ونحسب :

$$A=-2\times\frac{1}{5}+2\times\frac{4}{3}$$
$$=2\times\left(-\frac{1}{5}+\frac{4}{3}\right)$$
$$=2\times\left(-\frac{3}{15}+\frac{20}{15}\right)$$
$$=2\times\frac{17}{15}$$
$$=\frac{34}{15}$$

$$B=0,5\times\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{1}{2}\times(-2)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{-5}{2}-\frac{-2}{1}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{-5}{2}+\frac{4}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{-1}{2}$$
$$=-\frac{1}{4}$$

$$C=-\frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{7}\right)-\frac{3}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{7}+1\right)$$
$$=-\frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{7}+\frac{7}{7}\right)$$
$$=-\frac{3}{5}\times\left(\frac{6}{7}\right)$$
$$=-\frac{18}{35}$$

II _ مقابل مجموع و مقابل فرق عددين جذريين :

1) – تعريف :

a و b عددان جذريان.

$$-(a+b)=(-a)+(-b)$$
$$-(a-b)=(-a)+b$$

2) – مثال :

$$-\left(2,5+\frac{-7}{3}\right)=(-2,5)+\left(\frac{+7}{3}\right)$$
$$=-2,5+\frac{7}{3}$$

$$-\left(\frac{-8}{5}-\frac{-7}{15}\right)=\left(\frac{+8}{5}\right)+\frac{-7}{15}$$
$$=\frac{8}{5}+\frac{-7}{15}$$
$$=\frac{24}{15}+\frac{-7}{15}$$
$$=\frac{17}{15}$$

III _ مجموع عدة أعداد جذرية :

1) – قاعدة :

لا يتغير مجموع عدة أعداد جذرية :
-- إذا غيرنا ترتيب حدوده.
-- إذا عوضنا بعضا من حدوده بمجموعها.

2) – مثال :

$$A = \frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{3}+\frac{7}{4}$$
$$= \frac{2}{3}-\frac{5}{3}+\frac{1}{4}+\frac{7}{4}$$
$$= \frac{-3}{3}+\frac{8}{4}$$
$$= -1+2$$
$$= 1$$

$$B = \frac{3}{7}+\left(1-\frac{2}{3}\right)-2$$
$$= \frac{3}{7}+\left(\frac{3}{3}-\frac{2}{3}\right)-2$$
$$= \frac{3}{7}+\frac{1}{3}-2$$
$$= \frac{9}{21}+\frac{7}{21}-\frac{42}{21}$$
$$= \frac{16-42}{21}$$
$$= \frac{-26}{21}$$

IV _ جـداء عدة أعداد جذرية :

1) – قاعدة :

لا يتغير جـداء عدة أعداد جذرية :
-- إذا غيرنا ترتيب عـوامله.
-- إذا عوضنا بعضا من عـوامله بجدائها.

2) – مثال :

$$A = \frac{-2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{-3}{2}\times 5$$
$$= \left(\frac{-2}{3}\times\frac{-3}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times 5\right)$$
$$= \frac{6}{6}\times\frac{5}{2}$$
$$= \frac{1}{1}\times\frac{5}{2}$$
$$= \frac{5}{2}$$

$$B = \frac{2}{3}\times\left(\frac{7}{5}\times\frac{2}{3}\right)\times 2$$
$$= \frac{2}{3}\times\frac{14}{15}\times 2$$
$$= \frac{28}{45}\times 2$$
$$= \frac{56}{45}$$

مادة الرياضيات 2AC

القـــــــــوى

أهم فقرات الدرس

I _ قـوة عدد جذري :

1) – التعريف :

a عدد جذري n عدد صحيح طبيعي أكبر قطعا من 1

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots\dots\dots \times a}_{n \text{ مــرة}}$$

2) – حالة خاصة :

إذا كان a عددا جذريا غير منعدم فإن :

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

* ملاحظة هامة : القوة 0^0 لا معنى لها .

3) – قوة أسُّها سالب :

a عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

* نتيجة :

$\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

* مثال : $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{(-3)\times(-3)} = \frac{1}{9}$ و $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2} = \frac{27}{8}$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

www.anissmaths.ift.cx_موقع الرياضيات بالثانوي الإعدادي للأستاذ المهدي عنيس / أستاذ بالثانوية الإعدادية ابن رشيق – نيابة المحمدية_
العنوان : 143 حي رياض السلام - الطابق 2 - المحمدية / الهاتف النقال : 85 37 15 063 / العنوان الإلكتروني : aniss_elmehdi@hotmail.com

4) – إشارة قوة أساسها سالب :

تكون قوة أساسها سالب :
موجبة : إذا كان أسُها عددا زوجيا.
سالبة : إذا كان أسُها عددا فرديا.

* مثال : $(-11)^{24}$ عدد موجب لأن 24 عدد زوجي ;; $\left(-\frac{4}{7}\right)^{33}$ عدد سالب لأن 33 عدد فردي

* ملاحظة هامة : $(-5)^2 \neq -5^2$

لأن : و $\left.\begin{array}{l}(-5)^2=(-5)\times(-5)=25\\ -5^2=-(5\times5)=-25\end{array}\right\}$

II _ خصـــــــائص :

1) – جداء قوتين لهما نفس الأساس :

a عدد جذري غير منعدم .
m و n عددان صحيحان طبيعيان.
$a^m \times a^n = a^{m+n}$

* مثال : $7^2 \times 7^{15} = 7^{2+15} = 7^{17}$;; $\left(-\frac{2}{3}\right)^{11}\left(-\frac{2}{3}\right)^{53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{11+53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{64}$

2) – خارج قوتين لهما نفس الأساس :

a عدد جذري غير منعدم .
m و n عددان صحيحان طبيعيان.
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

* مثال : $\frac{2,5^7}{2,5^2} = 2,5^{7-2} = 2,5^5$;; $\frac{22^5}{22^{12}} = 22^{5-22} = 22^{-17} = \frac{1}{22^{17}}$

3) – جداء قوتين لهما نفس الأس :

a و b عددان جذريان غير منعدمين .
m عدد صحيح طبيعي.
$a^m \times b^m = (ab)^m$

* مثال : $4,7^{11} \times 2^{11} = (4,7\times2)^{11} = 9,4^{11}$;; $\left(\frac{-5}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{3}\times\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{6}\right)^4$

4) – خارج قوتين لهما نفس الأس :

a و b عددان جذريان غير منعدمين .
m عدد صحيح طبيعي.

$$\frac{a^m}{b^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^m$$

* مثال : $\frac{21^5}{3^5}=\left(\frac{21}{3}\right)^5=7^5$;; $\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^6}{\left(\frac{3}{5}\right)^6}=\left(\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}\right)^6=\left(\frac{2}{7}\times\frac{5}{3}\right)^6=\left(\frac{10}{21}\right)^6$

5) – قـوة قـوة :

a عدد جذري غير منعدم .
m و n عددان صحيحان طبيعيان.

$$\left(a^m\right)^n=a^{m\times n}$$

* مثال : $\left(7,2^5\right)^2=7,2^{5\times 2}=7,2^{10}$;; $\left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^{-3}=\left(\frac{5}{7}\right)^{5\times(-3)}=\left(\frac{5}{7}\right)^{-15}=\left(\frac{7}{5}\right)^{15}$

6) – قـوى العدد 10 :

n عدد صحيح طبيعي.

$$10^n=1\underbrace{000.....0}_{n \text{ من الأصفار}}$$

n عدد صحيح طبيعي.

$$10^{-n}=\underbrace{0,00.....01}_{n \text{ من الأصفار}}$$

* مثال :

$$10^5=100000 \quad ;; \quad 10^{-7}=0,0000001$$

III _ الكتابة العلمية لعدد عشري نسبي :

1) – قـاعـدة :

x عدد عشري نسبي و a عدد عشري و n عدد صحيح نسبي .
كل من الكتابتين : $x=a\times 10^n$ و $x=-a\times 10^n$
تسمى الكتابة العلمية للعدد x بحيث : $1\le a<10$

2) – أمثلـة :

1) – لنحدد الكتابة العلمية للعدد : 1240000.

لدينا :

$$1240000 = 124 \times 10^4$$
$$= 1,24 \times 10^2 \times 10^4$$
$$= 1,24 \times 10^{2+4}$$
$$= 1,24 \times 10^6$$

إذن الكتابة العلمية للعدد 1240000 هي : $1,24 \times 10^6$.

2) – لنحدد الكتابة العلمية للعدد : $a = -0,00131 \times 10^7$.

لدينا :

$$a = -0,00131 \times 10^7 = -1,31 \times 10^{-3} \times 10^7$$
$$= -1,3110^{-3+7}$$
$$= -1,31 \times 10^4$$

إذن الكتابة العلمية للعدد a هي : $-1,31 \times 10^4$.

3) – لنحدد الكتابة العلمية للعدد : $b = 2,045$.

لدينا :

$$2,045 = 2,045 \times 10^0$$

إذن الكتابة العلمية للعدد b هي : $2,045 \times 10^0$.

مادة الرياضيات 2AC

المستقيمات الهامــة في مثلث

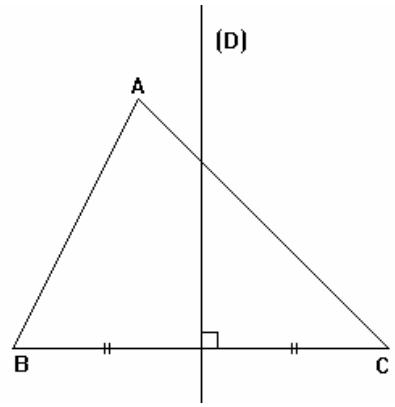
أهم فقرات الدرس

I _ واسطــات مثلث :

1) – التعريف :

واسط مثلث هو واسط أحد أضلاعه

2) – مثال :



ABC مثلث و المستقيم (D) واسط الضلع [BC] .

نسمي كذلك المستقيم (D) واسط المثلث ABC .

3) – مركز الدائرة المحيطة بمثلث :

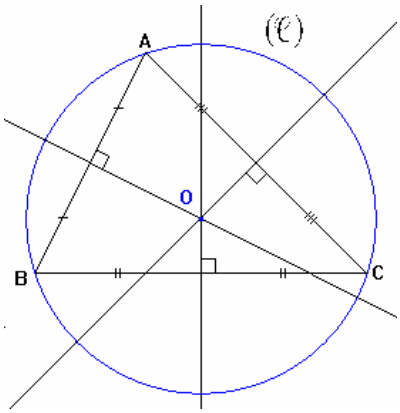
* تعريف :

مركز الدائرة المحيطة بمثلث هي نقطة تلاقي واسطاته

* مثال :

ABC مثلث .

لننشئ $(\mathscr{C})$ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. من أجل هذا سننشئ واسطات هذا المثلث بحيث تتلاقى في نقطة واحدة O هي مركز الدائرة المحيطة به .



* ملاحظة هامة : لتحديد ركز الدائرة المحيطة بمثلث يكفي رسم واسطين من واسطاته .

www.anissmaths.ift.cx_موقع الرياضيات بالثانوي الإعدادي للأستاذ المهدي عنيس / أستاذ بالثانوية الإعدادية ابن رشيق – نيابة المحمدية_
العنوان : 143 حي رياض السلام - الطابق 2 - المحمدية / الهاتف النقال : 85 37 15 063 / العنوان الإلكتروني : aniss_elmehdi@hotmail.com

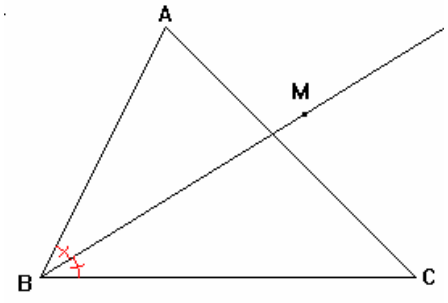
II _ منصفات مثلث :

1) – التعريف :

منصف مثلث هومنصف إحدى زواياه

2) – مثال :

ABC مثلث و [BM) منصف الزاوية $A\hat{B}C$.



نسمي نصف المستقيم [BM) منصف المثلث ABC .

3) – مركز الدائرة المحاطة بمثلث :

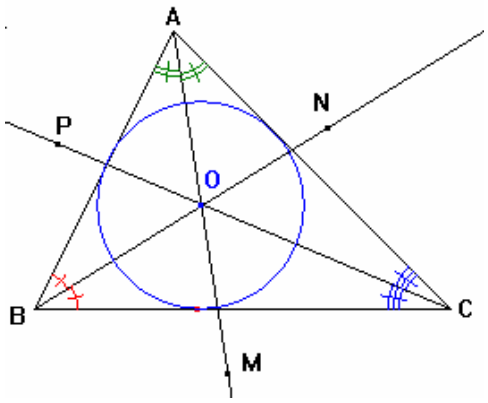
* تعريف :

مركز الدائرة المحاطة بمثلث هي نقطة تلاقي منصفاته

* مثال :

ABC مثلث.

لننشئ الدائرة المحاطة بالمثلث ABC . من أجل هذا سننشئ منصفات هذا المثلث بحيث تتلاقى في نقطة واحدة O هي مركز الدائرة المحاطة به .



* ملاحظة هامة : لتحديد مركز الدائرة المحاطة بمثلث يكفي رسم منصفين من منصفاته .

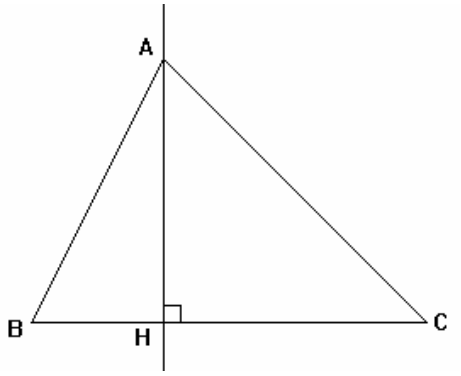
III _ إرتفاعات مثلث :

1) – التعريف :

إرتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوس المثلث
و العمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس

2) – مثال :

ABC مثلث و (AH) المستقيم المار من A والعمودي على حامل الضلع (BC) في H .



نسمي (AH) إرتفاع المثلث ABC االموافق للضلع [BC] .

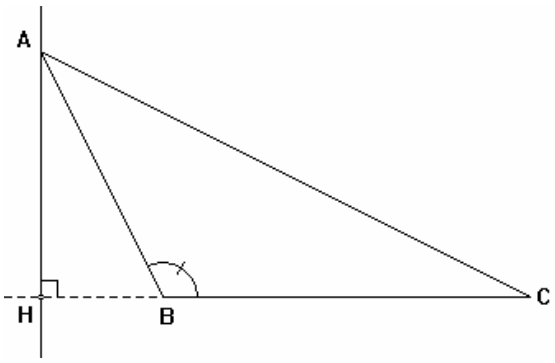
* ملاحظة هاهة :

يمكننا أن نرمز كذلك للارتفاع (AH) بإحدى الرمزين : [AH] أو AH

* حالة خاصة :

ABC مثلث بحيث $A\hat{B}C$ زاوية منفرجة .

نلاحظ أن النقطة H لا تنتمي إلى الضلع [BC] .



3) – مركز تعامد مثلث :

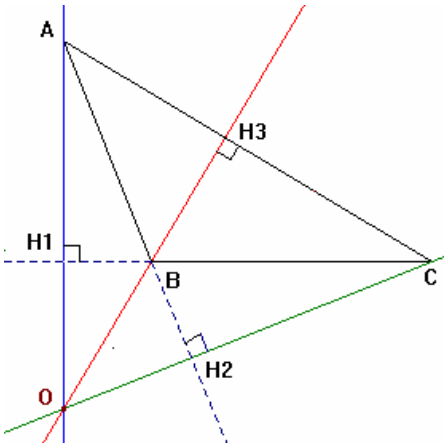
* تعريف :

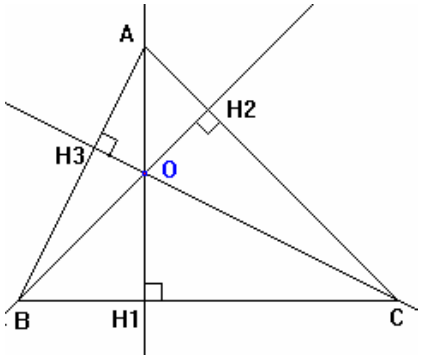
مركز تعامد مثلث هو نقطة تلاقي إرتفاعاته

* مثال :

ABC مثلث.

لننشئ O مركز تعامد المثلث ABC . من أجل هذا سننشئ إرتفاعات هذا المثلث بحيث تتلاقى في نقطة واحدة هي مركز تعامده.





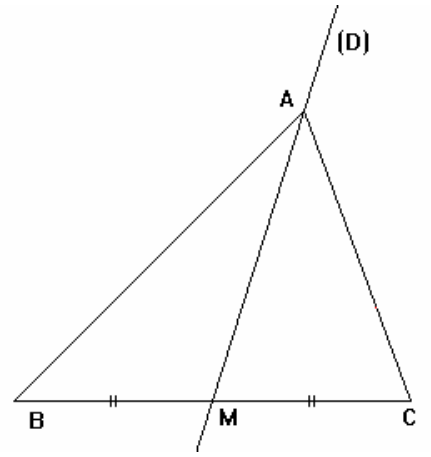
IV_ متوسطات مثلث :

1) – التعريف :

متوسط مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوس المثلث و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس

2) – مثال :

ABC مثلث و (D) المستقيم المار من A و من M منتصف [BC] .



نسمي المستقيم (D) متوسط المثلث ABC .

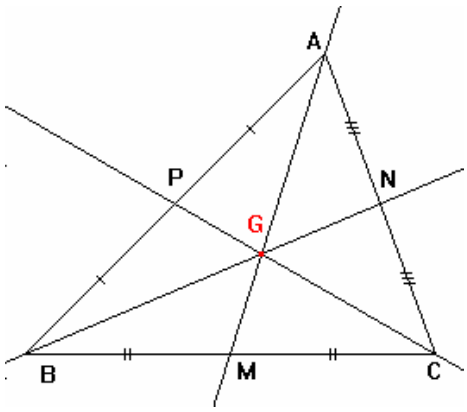
3) – مركز ثقل مثلث :

* تعريف :

مركز ثقل مثلث هي نقطة تلاقي متوسطاته

* مثال :

ABC مثلث.
لننشئ G مركز ثقل المثلث ABC . من أجل هذا سننشئ متوسطاته بحيث تتلاقى في نقطة واحدة هي مركز ثقله .



* خاصية :

إذا كان ABC مثلث و G مركز ثقله بحيث M منتصف [BC] فإن :

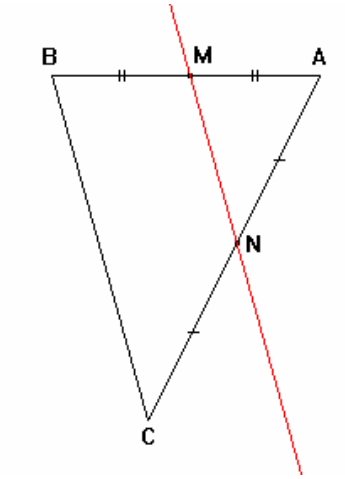
$$AG = \frac{2}{3} AM$$

مادة الرياضيات 2AC

المستقيمـات المـوازية لأضـلاع مثلث

أهم فقرات الدرس

I _ المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث :



1) – مثال :

ABC مثلث .

M منتصف [AB] .
و
N منتصف [AC] .

نلاحظ أن : (MN) // (BC) .

2) – خاصية ① :

المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث يوازي حامل الضلع الثالث.

* بتعبير آخر :

ABC مثلث :

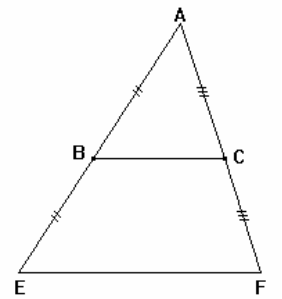
إذا كان و M منتصف [AB]
N منتصف [AC]
فإن : (MN) // (BC)

* تمرين تطبيقي :

ABC مثلث .
E مماثلة Aبالنسبة للنقطة B و F مماثلة A بالنسبة للنقطة C .
أثبت أن : (EF) // (BC) .

الحـل :

1) – الشكـل :



2) – لنثبت أن : (EF) // (BC) .

نعتبر المثلث AEF .

لدينا حسب المعطيات : E و F مماثلتي A بالنسبة للنقطتين B و C على التوالي .

إذن : B منتصف [AE]
و
C منتصف [AF]
و منه فإن : (EF) // (BC) .

3) – خاصية ② :

طول القطعة التي طرفيها منتصفي ضلعي مثلث يساوي نصف طول الضلع الثالث.

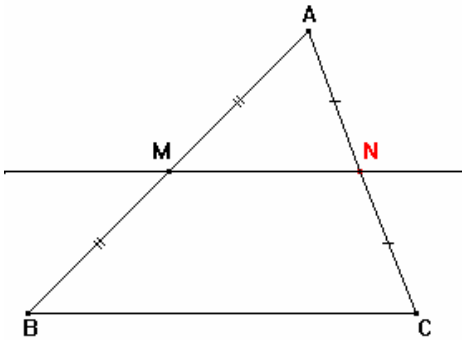
* بتعبير آخر :

ABC مثلث :

إذا كان و { M منتصف [AB] ، N منتصف [AC] } فإن : $MN = \frac{1}{2}BC$

II _ المستقيم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث و الموازي لحامل الضلع الثاني :

1) – مثال :



ABC مثلث و M منتصف [AB] .
(Δ) مستقيم يمر من M و يوازي (BC)
و يقطع [AC] في N .

نلاحظ أن N منتصف الضلع [AC] .

2) – خاصية :

المستقيم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث و الموازي لحامل الضلع الثاني يقطع الضلع الثالث في منتصفه.

* بتعبير آخر :

ABC مثلث :

إذا كان و { M منتصف [AB] ، (Δ) مستقيم يمر من M و يوازي (BC) ويقطع [AC] في N }

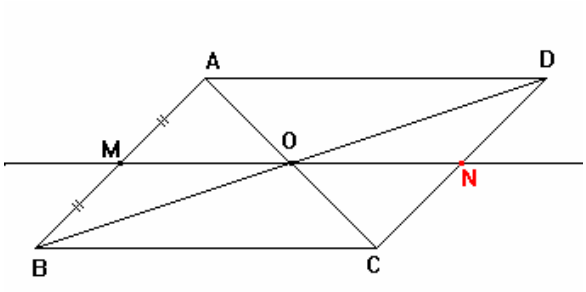
فإن : N منتصف [AC] .

* تمرين تطبيقي :

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O و M منتصف [AB].
المستقيم (OM) يقطع [CD] في النقطة N .
أثبت أن N منتصف [CD] .

الحـل :

1) – الشكـل :



2) – لنثبت أن N منتصف [CD] .

أ) -- لنبين أن (OM) // (AD) .

نعتبر المثلث ABC .

لدينا و { O منتصف [AC] (مركز متوازي الأضلاع) .
M منتصف [AB] . }

إذن : (OM) // (AD) .

و بما أن ABCD متوازي الأضلاع فإن : (BC) // (AD)
و منه فإن : (OM) // (AD) .

ب) -- لنثبت أن N منتصف [CD] .

نعتبر المثلث ADC .

لدينا و { O منتصف [AC] (مركز متوازي الأضلاع) .
(OM) مستقيم يمر من M و يوازي (AD) و يقطع [DC] في N . }

إذن N منتصف [AD] .

III _ المستقيم الموازي لضلع في مثلث :

1) – مثال :

ABC مثلث .

و { M نقطة من [AB] ، N نقطة من [AC] } بحيث : (MN) // (BC) .

سيكون لدينا : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

2) – خاصية :

في مثلث ABC ، إذا كان :

إذا كان : و { M نقطة من [AB] ، N نقطة من [AC] } فإن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

* تمرين تطبيقي :

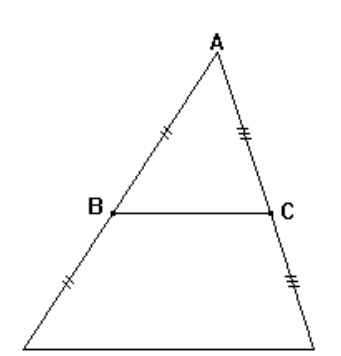
ABC مثلث .

M منتصف [AB] و N منتصف [AC] .

أثبت أن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\frac{1}{2}$

الحـل :

1) – الشكـل :



2) – لنثبت أن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\frac{1}{2}$.

أ)-- لنبين أولا أن : (BC) // (MN) .

لدينا في المثلث ABC .

و $\left\{\begin{array}{l}\text{M نقطة من [AB]}\\ \text{N نقطة من [AC]}\end{array}\right.$ إذن : (MN) // (BC) .

و بما أن و $\left\{\begin{array}{l}M \in [AB]\\ N \in [AC]\end{array}\right.$ بحيث : (MN) // (BC) فإن : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ①.

و نعلم أن : $\left\{\begin{array}{l}\text{M منتصف [AB]}\\ \text{N منتصف [AC]}\end{array}\right.$ إذن : $MN = \frac{1}{2}BC$ و منه فإن : $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ ②.

و من ① و ② نستنتج أن : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$.